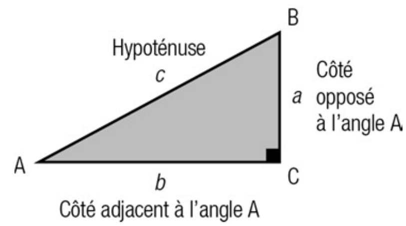
4 SAVOIRS 4.1

Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle

RAPPORTS TRIGONOMÉTRIQUES



- Dans un triangle rectangle, il est possible de définir, pour un des angles aigus, des **rapports trigonométriques,** c'est-à-dire des rapports entre les mesures des côtés. Les trois principaux rapports trigonométriques sont le **sinus,** le **cosinus** et la **tangente.**
- Dans le triangle rectangle ci-contre, les trois principaux rapports trigonométriques pour l'angle A sont énoncés dans le tableau suivant.

Rapport trigonométrique	Notation abrégée
$\text{sinus A} = \dfrac{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$	$\sin A = \dfrac{a}{c}$
$\text{cosinus A} = \dfrac{\text{mesure du côté adjacent à l'angle A}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$	$\cos A = \dfrac{b}{c}$
$\text{tangente A} = \dfrac{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}{\text{mesure du côté adjacent à l'angle A}}$	$\tan A = \dfrac{a}{b}$

- Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle est égal au cosinus du **complément** de cet angle.

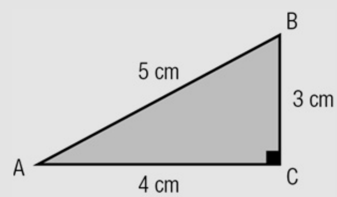
Exemple : Dans le triangle ci-contre rectangle en C, on a : $m\angle A + m\angle B = 90°$

Donc :

$$\sin A = \frac{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}{\text{mesure de l'hypoténuse}} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$\cos B = \frac{\text{mesure du côté adjacent à l'angle B}}{\text{mesure de l'hypoténuse}} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$\sin A = \cos B = 0{,}6$$



- Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle est égale à l'inverse de la tangente du **complément** de cet angle.

Exemple : Soit le triangle ABC de l'exemple précédent, rectangle en C. On a : $m\angle A + m\angle B = 90°$

Donc :

$$\tan A = \frac{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}{\text{mesure du côté adjacent à l'angle A}} = \frac{3}{4}$$

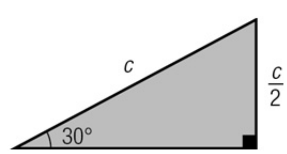
$$\tan B = \frac{\text{mesure du côté opposé à l'angle B}}{\text{mesure du côté adjacent à l'angle B}} = \frac{4}{3}$$

et $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1.$

TRIANGLE RECTANGLE AYANT UN ANGLE DE 30°

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° a pour mesure la moitié de celle de l'hypoténuse. On peut donc déduire que :

$$\sin 30° = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2} = \cos 60°$$



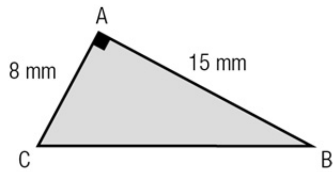
NOM ______ GROUPE ______ DATE ______

RENFORCEMENT 4.1 Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle

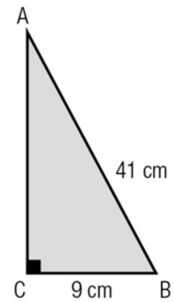
1 Pour chacun des triangles suivants, déterminez, pour l'angle B, la valeur :

1) du sinus ; **2)** du cosinus ; **3)** de la tangente.

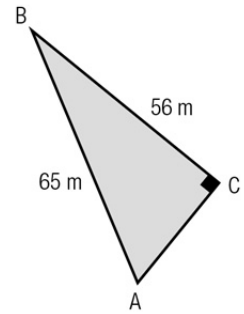
a)



b)



c)



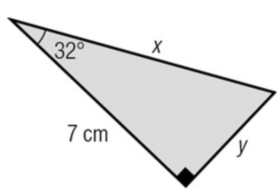
a) 1) ______ 2) ______ 3) ______

b) 1) ______ 2) ______ 3) ______

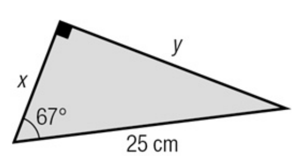
c) 1) ______ 2) ______ 3) ______

2 Pour chacun des triangles suivants, déterminez la valeur des inconnues.

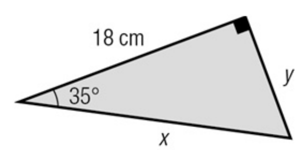
a)



b)

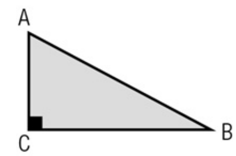


c)



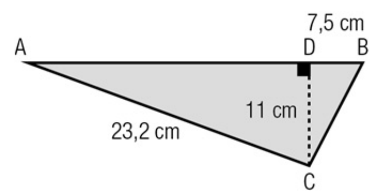
4

3 Sachant que tan A = $\frac{45}{28}$ dans le triangle rectangle ci-contre, déterminez la valeur des rapports trigonométriques suivants.



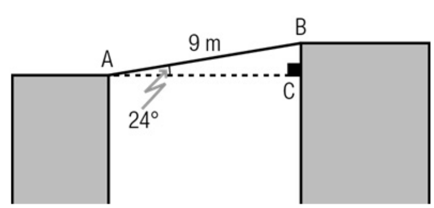
a) sin A **b)** cos A **c)** tan B

4 Sachant que le triangle ABC ci-contre est formé de deux triangles rectangles, déterminez la mesure de :



a) sin ∠ DCB **b)** cos A

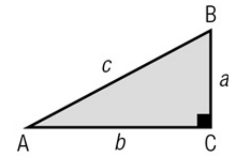
5 Dans une usine d'assemblage, on a installé un tapis roulant de 9 m afin de déplacer des objets d'un comptoir à un autre comptoir plus élevé, comme le montre l'illustration ci-contre. Quelle est la distance AC entre ces deux comptoirs ?



Réponse :

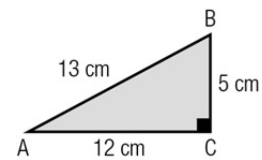
ENRICHISSEMENT 4.1 Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle

1 Dans un triangle rectangle, on peut définir trois autres rapports trigonométriques de la façon suivante.



Rapport trigonométrique	Notation abrégée
sécante A $= \dfrac{\text{mesure de l'hypoténuse}}{\text{mesure du côté adjacent à l'angle A}}$	$\sec A = \dfrac{c}{b}$
cosécante A $= \dfrac{\text{mesure de l'hypoténuse}}{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}$	$\text{cosec}\, A = \dfrac{c}{a}$
cotangente A $= \dfrac{\text{mesure du côté adjacent à l'angle A}}{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}$	$\cot A = \dfrac{b}{a}$

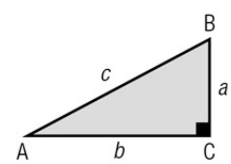
Dans le triangle rectangle ci-contre, déterminez la valeur de chacun de ces rapports pour les angles A et B.



sec A = ______ cosec A = ______ cot A = ______

sec B = ______ cosec B = ______ cot B = ______

2 **a)** La tangente d'un angle peut être définie comme étant le sinus de cet angle divisé par le cosinus de cet angle. À l'aide du triangle ci-contre, démontrez que ce résultat correspond bien à la définition de la tangente.



b) À l'aide de ce même triangle, démontrez que $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$.