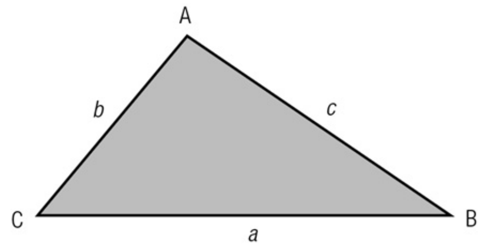
4

SAVOIRS 4.3 Loi des sinus

LOI DES SINUS

- Dans un **triangle quelconque,** les mesures des côtés sont proportionnelles au sinus des mesures des angles opposés à chacun des côtés. Dans le triangle ABC quelconque ci-contre, on a :

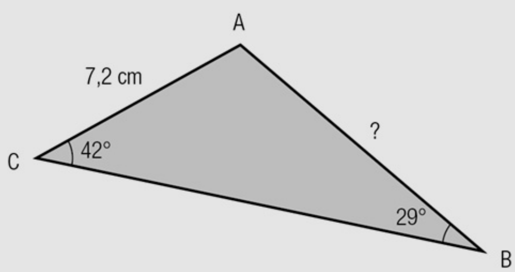


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

- La loi des sinus permet de déterminer la mesure :
  - d'un côté si l'on connaît la mesure de deux angles et la mesure d'un côté ;
  - d'un angle si l'on connaît les mesures de deux côtés et la mesure d'un angle opposé à l'un des deux côtés.

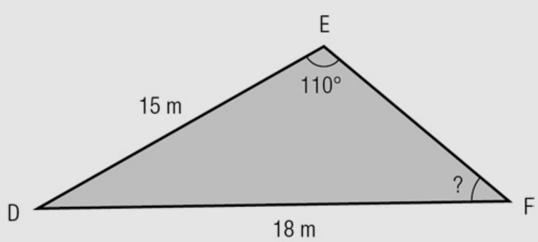
Exemples :

1) Dans le triangle ci-dessous, on peut déterminer la mesure du segment AB de la façon suivante.



$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$$
$$\frac{c}{\sin 42^\circ} = \frac{7{,}2}{\sin 29^\circ}$$
$$c = \frac{7{,}2 \times \sin 42^\circ}{\sin 29^\circ}$$
$$\approx 9{,}94 \text{ cm}$$

2) Dans le triangle ci-dessous, on peut déterminer la mesure de l'angle F de la façon suivante.



$$\frac{e}{\sin E} = \frac{f}{\sin F}$$
$$\frac{18}{\sin 110^\circ} = \frac{15}{\sin F}$$
$$18 \times \sin F = 15 \times \sin 110^\circ$$
$$\sin F = \frac{15 \times \sin 110^\circ}{18}$$
$$m\angle F = \sin^{-1}\left(\frac{15 \times \sin 110^\circ}{18}\right)$$
$$\approx \sin^{-1}(0{,}7831)$$
$$\approx 51{,}54^\circ$$

- Lorsqu'on calcule la mesure d'un angle à l'aide de la loi des sinus, on obtient toujours la mesure d'un angle aigu. Or, des angles supplémentaires ont le même sinus.

$$\sin A = \sin\ (180^\circ - A)$$

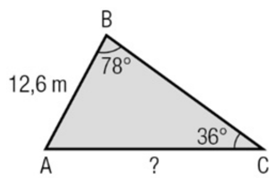
Exemples : **1)** $\sin 70^\circ = \sin\ (180^\circ - 70^\circ) = \sin 110^\circ \approx 0{,}9397$

2) Si $\sin A = 0{,}5$, alors $m\angle A = \sin^{-1}(0{,}5) = 30^\circ$ ou $m\angle A = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

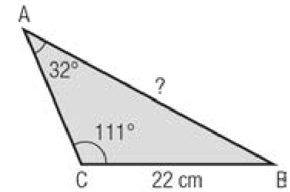
RENFORCEMENT 4.3 Loi des sinus

1 À l'aide de la loi des sinus, déterminez chacune des mesures manquantes dans les triangles ci-dessous.

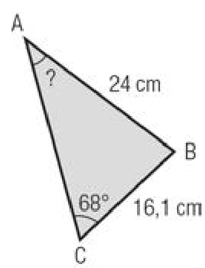
a)



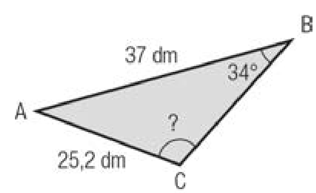
b)



c)

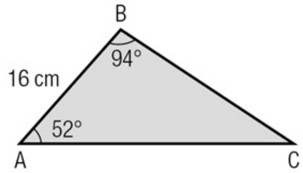


d)

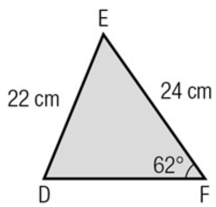


2 Résolvez chacun des triangles suivants.

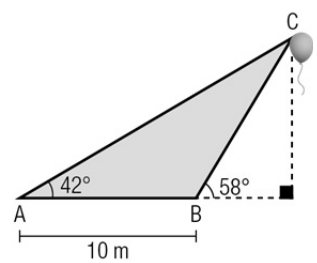
a)



b)



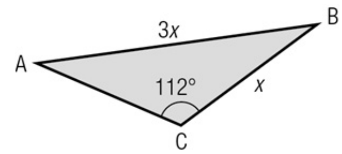
3 Lors d'une fête de quartier, on laisse s'envoler des ballons. Un enfant A regarde le ballon C s'envoler selon un angle d'élévation de 42° tandis qu'un enfant B qui se trouve à 10 m de l'enfant A regarde le même ballon selon un angle d'élévation de 58°. À ce moment, quelle est la distance entre le ballon et l'enfant B ?



Réponse :

ENRICHISSEMENT 4.3 Loi des sinus

1 Déterminez les mesures d'angles manquantes dans le triangle ci-contre.



m∠ A = ______

m∠ B = ______

2 À l'aide de la figure ci-contre, démontrez que dans un triangle ABC quelconque, on a $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.