

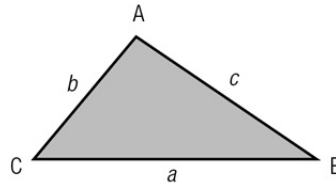
4.4 Aire d'un triangle quelconque et formule de Héron

L'aire d'un triangle quelconque peut être calculée à l'aide des deux formules suivantes.

FORMULE TRIGONOMÉTRIQUE

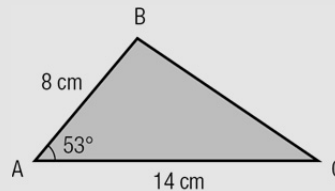
On peut calculer l'aire A d'un triangle quelconque si l'on connaît les mesures de ses deux côtés et la mesure de l'angle compris entre ces deux côtés. L'aire est obtenue en faisant le demi-produit des mesures de ces deux côtés par le sinus de l'angle compris entre ces côtés. Pour le triangle ABC ci-dessous, on a :

$$A = \frac{ab \sin C}{2} = \frac{ac \sin B}{2} = \frac{bc \sin A}{2}$$



Exemple : On peut calculer l'aire du triangle ci-dessous de la façon suivante.

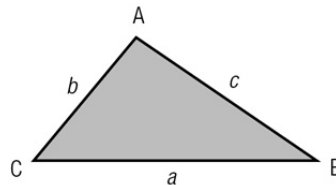
$$\begin{aligned} A &= \frac{bc \sin A}{2} \\ &= \frac{14 \times 8 \times \sin 53^\circ}{2} \\ &\approx 44,72 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



FORMULE DE HÉRON

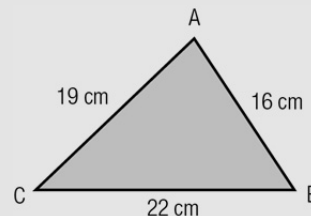
On peut calculer l'aire A d'un triangle quelconque dont on connaît les mesures des trois côtés à l'aide de la formule de Héron. Pour le triangle ABC ci-dessous, on a :

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ où } p \text{ est le demi-périmètre du triangle, c'est-à-dire } p = \frac{a+b+c}{2}.$$



Exemple : On peut calculer l'aire du triangle ci-dessous de la façon suivante.

$$\begin{aligned} p &= \frac{a+b+c}{2} \\ &= \frac{22+19+16}{2} \\ &= 28,5 \text{ cm} \\ A &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ &= \sqrt{28,5(28,5-22)(28,5-19)(28,5-16)} \\ &\approx 148,32 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



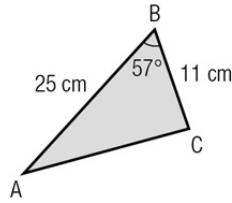
RENFORCEMENT

4.4

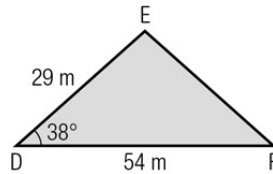
Aire d'un triangle quelconque et formule de Héron

1 À l'aide de la formule trigonométrique, calculez l'aire de chacun des triangles suivants.

a)



b)

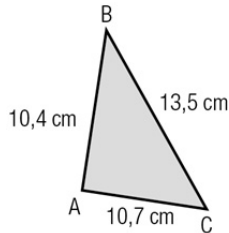


c)

Triangle GHI où :
 $m \overline{GI} = 16,5 \text{ mm}$
 $m \overline{HI} = 27,1 \text{ mm}$
 $m \angle GIH = 98^\circ$

2 À l'aide de la formule de Héron, calculez l'aire de chacun des triangles suivants.

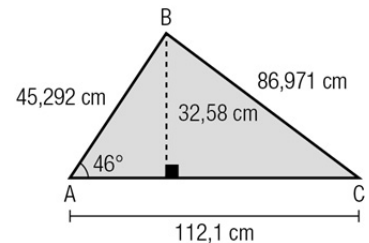
a)



b) Triangle DEF où :

$m \overline{DE} = 108,6 \text{ dm}$
 $m \overline{EF} = 103,7 \text{ dm}$
 $m \overline{FE} = 109,5 \text{ dm}$

3 Déterminez l'aire du triangle ABC illustré ci-contre à l'aide de trois formules différentes. Vérifiez que les réponses arrondies au dixième près sont les mêmes peu importe la formule utilisée.

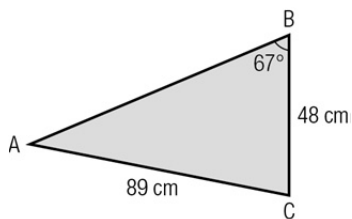


Réponse: _____

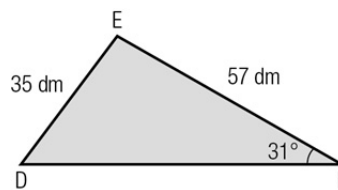
4

4 Après avoir déterminé les mesures nécessaires, calculez l'aire de chacun des triangles ci-dessous.

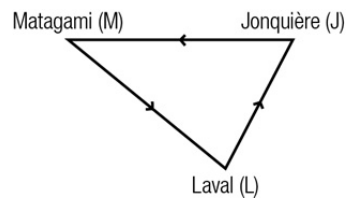
a)



b)



5 Nathalie habite à Matagami et doit se rendre à Laval puis à Jonquière pour ensuite revenir chez elle. L'illustration ci-contre montre son trajet. Sachant que la distance entre Laval et Jonquière est de 475 km, que l'angle L mesure 66° et l'angle J, 73°, déterminez la distance que parcourra Nathalie.



Réponse: _____

ENRICHISSEMENT**4.4****Aire d'un triangle quelconque
et formule de Héron**

- 1** À l'aide de la formule trigonométrique pour l'aire d'un triangle quelconque, démontrez la loi des sinus :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

